

Politechnika Śląska
Wydział Automatyki Elektroniki i Informatyki
Kierunek: Automatyka i Robotyka sem.3

Gliwice
Rok akademicki 2007/2008
Semestr zimowy

Metody Numeryczne

Laboratorium

Ćw.3 : Interpolacja

Wykonali:

Adam DZIENDZIEL
Adrian BIELEC

Grupa 4 Sekcja 1

Data odbycia ćwiczenia:
26.10.07

```

#include<iostream>
#include<math.h>
#include<conio.h>
#include<cstdlib>
#include<stdlib.h>
#include<time.h>
using namespace std;

//zapisanie funkcji

float funkcjaa(float *tabk, int k, float z)
{
    int i;
    float y=0;
    for(i=0;i<=k;i++)
    {
        y=y+tabk[i]*pow(z,i);
    }
    return y;
}

float funkcjab(float b, float z)
{
    float y;
    if(z<0) z=-z;
    y=z/b;
    return y;
}

float funkcjac(float z)
{
    float y;
    y=20/(1+pow(z,2));
    return y;
}

float funkcjad(float z)
{
    float y;
    y=sin(z);
    return y;
}

float interpolacja(float *tab,float *taba,int n,float z)
{
    int i,j;
    float wx=0,il=1;
    for(i=0;i<=n;i++)
    {
        for(j=0;j<=n;j++)
        {
            if (j!=i)
                il=il*((z-tab[j])/((tab[i]-tab[j])));
        }
        wx=wx+taba[i]*il;
        il=1;
    }
    return wx;
}

```

```

float interpolacjab(float *tab,float *tabb,int n,float z)
{
    int i,j;
    float wx=0,il=1;
    for(i=0;i<=n;i++)
    {
        for(j=0;j<=n;j++)
        {
            if (j!=i)
                il=il*((z-tab[j])/(tab[i]-tab[j]));
        }
        wx=wx+tabb[i]*il;
        il=1;
    }
    return wx;
}

```

```

float interpolacjac(float *tab,float *tabc,int n,float z)
{
    int i,j;
    float wx=0,il=1;
    for(i=0;i<=n;i++)
    {
        for(j=0;j<=n;j++)
        {
            if (j!=i)
                il=il*((z-tab[j])/(tab[i]-tab[j]));
        }
        wx=wx+tabc[i]*il;
        il=1;
    }
    return wx;
}

```

```

float interpolacjad(float *tab,float *tabd,int n,float z)
{
    int i,j;
    float wx=0,il=1;
    for(i=0;i<=n;i++)
    {
        for(j=0;j<=n;j++)
        {
            if (j!=i)
                il=il*((z-tab[j])/(tab[i]-tab[j]));
        }
        wx=wx+tabd[i]*il;
        il=1;
    }
    return wx;
}

```

```

int main()
{
    int n,k,i,j,spr;
    float *tab,*taba,*tabb,*tabc,*tabd,*tabk;
    float x1,x2,x12,b,fxa,fxb,fxc,fxd,wxa,wxb,wxc,wxd,z,xi,ra,rb,rc,rd;

//zczytanie danych i deklaracja tablic

    cout<<"Ten program oblicza wartosci funkcji : "<<endl<<endl;
    cout<<" a) wielomianowej Wk(x)"<<endl;
    cout<<" b) f(x) = |x|/b"<<endl;
    cout<<" c) f(x) = 20/(x^2+1)"<<endl;
    cout<<" d) trygonometrycznej f(x) - sin(x)"<<endl<<endl;
    cout<<"oraz wartosci wielonianow interopolacyjnych dla argumentu
z"<<endl<<endl;
    cout<<"Podaj stopien wielomianu z pkt. a) k = ";cin>>k;
    tabk=(float*)malloc((k+1)*sizeof(float));
    cout<<"podaj wspolczynniki tego wielomianu : "<<endl;
    for(i=0;i<=k;i++)
    {
        cout<<" a("<<i<<" ) = "; cin>>tabk[i];
    }
    cout<<endl<<"podaj wartosc b dla funkcji z pkt. b) b = "; cin>>b;
    cout<<endl<<"podaj stopien wielomianow interopolacyjnych n = "; cin>>n;
    cout<<"podaj dolny przedzial interpolacji x1 = "; cin>>x1;
    cout<<"podaj gorny przedzial interpolacji x2 = "; cin>>x2;
    cout<<"podaj wartosc argumentu z = "; cin>>z;
    cout<<endl<<endl;

    tab=(float*)malloc((n+1)*sizeof(float));
    taba=(float*)malloc((n+1)*sizeof(float));
    tabb=(float*)malloc((n+1)*sizeof(float));
    tabc=(float*)malloc((n+1)*sizeof(float));
    tabd=(float*)malloc((n+1)*sizeof(float));

//obliczenie wartosci funkcji interpolowanych dla argumentu z
    fxa=funkcjaa(tabk,k,z);
    fxb=funkcjab(b,z);
    fxc=funkcjac(z);
    fxd=funkcjad(z);

//rownomierny rozklad wzlów interpolacyjnych

    x12=(x2-x1)/n;
    for(i=0;i<=n;i++)
    {
        tab[i]=x1+i*x12;
        taba[i]=funkcjaa(tabk,k,tab[i]);
        tabb[i]=funkcjab(b,tab[i]);
        tabc[i]=funkcjac(tab[i]);
        tabd[i]=funkcjad(tab[i]);
    }
    wxa=interpolacjaa(tab,taba,n,z);
    wxb=interpolacjab(tab,tabb,n,z);
    wxc=interpolacjac(tab,tabc,n,z);
    wxd=interpolacjad(tab,tabd,n,z);

    ra=fxa-wxa; if (ra<0) ra=-ra;
    rb=fxb-wxb; if (rb<0) rb=-rb;
    rc=fxc-wxc; if (rc<0) rc=-rc;
    rd=fxd-wxd; if (rd<0) rd=-rd;

```

```

//wypisanie wspolrzednych wezlow interpolacji

cout<<endl<<"wspolrzedne dobranych wezlow (dodbor
rownomierny):"<<endl<<endl;

cout<<endl<<"a) "<<endl;
for(i=0;i<=n;i++)
{
cout<<"( "<<tab[i]<<" ; "<<taba[i]<<" ) "<<endl;
}
cout<<endl<<endl;

cout<<endl<<"b) "<<endl;
for(i=0;i<=n;i++)
{
cout<<"( "<<tab[i]<<" ; "<<tabb[i]<<" ) "<<endl;
}
cout<<endl<<endl;

cout<<endl<<"c) "<<endl;
for(i=0;i<=n;i++)
{
cout<<"( "<<tab[i]<<" ; "<<tabc[i]<<" ) "<<endl;
}
cout<<endl<<endl;

cout<<endl<<"d) "<<endl;
for(i=0;i<=n;i++)
{
cout<<"( "<<tab[i]<<" ; "<<tabd[i]<<" ) "<<endl;
}
cout<<endl<<endl;

```

```

//wyniki

```

```

cout<<"Wyniki dla rownomiernego rozkladu wezlow interpolacji :";
cout<<"a) "<<endl;
cout<<"wartsc funkcji >>> "<<fxa<<endl;
cout<<"wartsc wielomiau >>> "<<wxa<<endl;
cout<<"blad >>> "<<ra<<endl<<endl;

cout<<"b) "<<endl;
cout<<"wartsc funkcji >>> "<<fxb<<endl;
cout<<"wartsc wielomiau >>> "<<wxb<<endl;
cout<<"blad >>> "<<rb<<endl<<endl;

cout<<"c) "<<endl;
cout<<"wartsc funkcji >>> "<<fxc<<endl;
cout<<"wartsc wielomiau >>> "<<wxc<<endl;
cout<<"blad >>> "<<rc<<endl<<endl;

cout<<"d) "<<endl;
cout<<"wartsc funkcji >>> "<<fxd<<endl;
cout<<"wartsc wielomiau >>> "<<wxd<<endl;
cout<<"blad >>> "<<rd<<endl<<endl<<endl<<endl;

```

```

//czyszczenie tablic węzłów interpolacyjnych
for(i=0;i<=n;i++)
{
    tab[i]=0;
    taba[i]=0;
    tabb[i]=0;
    tabc[i]=0;
    tabd[i]=0;
}
//rozkład węzłów interpolacyjnych metoda Czebyszewa
for(i=0;i<=n;i++)
{
    tab[i]=((x2-x1)*cos(((2*i+1)/float(2*n+2.0))*3.1415926)+(x2+x1))/2.0;
    taba[i]=funkcjaa(tabk,k,tab[i]);
    tabb[i]=funkcjab(b,tab[i]);
    tabc[i]=funkcjac(tab[i]);
    tabd[i]=funkcjad(tab[i]);
}

wxa=interpolacjaa(tab,taba,n,z);
wxb=interpolacjab(tab,tabb,n,z);
wxc=interpolacjac(tab,tabc,n,z);
wxd=interpolacjad(tab,tabd,n,z);

ra=fxa-wxa; if (ra<0) ra=-ra;
rb=fxb-wxb; if (rb<0) rb=-rb;
rc=fxc-wxc; if (rc<0) rc=-rc;
rd=fxd-wxd; if (rd<0) rd=-rd;

//wypisanie współrzędnych wezlow interpolacji

cout<<endl<<"wspolrzedne dobranych wezlow (dodbor metoda
Czebyszewa):"<<endl<<endl;

cout<<endl<<"a) "<<endl;
for(i=0;i<=n;i++)
{
    cout<<"( "<<tab[i]<<" ; "<<taba[i]<<" ) "<<endl;
}
cout<<endl<<endl;

cout<<endl<<"b) "<<endl;
for(i=0;i<=n;i++)
{
    cout<<"( "<<tab[i]<<" ; "<<tabb[i]<<" ) "<<endl;
}
cout<<endl<<endl;

cout<<endl<<"c) "<<endl;
for(i=0;i<=n;i++)
{
    cout<<"( "<<tab[i]<<" ; "<<tabc[i]<<" ) "<<endl;
}
cout<<endl<<endl;

cout<<endl<<"d) "<<endl;
for(i=0;i<=n;i++)
{
    cout<<"( "<<tab[i]<<" ; "<<tabd[i]<<" ) "<<endl;
}
cout<<endl<<endl;

```

```

//wyniki

cout<<"Wyniki dla rozkladu wezlow interpolacji metoda Czebyszewa
:"<<endl<<endl;

cout<<"a) "<<endl;
cout<<"wartsc funkcji >>> "<<fxa<<endl;
cout<<"wartsc wielomiau >>> "<<wxa<<endl;
cout<<"blad >>> "<<ra<<endl<<endl;

cout<<"b) "<<endl;
cout<<"wartsc funkcji >>> "<<fxb<<endl;
cout<<"wartsc wielomiau >>> "<<wxb<<endl;
cout<<"blad >>> "<<rb<<endl<<endl;

cout<<"c) "<<endl;
cout<<"wartsc funkcji >>> "<<fxc<<endl;
cout<<"wartsc wielomiau >>> "<<wxc<<endl;
cout<<"blad >>> "<<rc<<endl<<endl;

cout<<"d) "<<endl;
cout<<"wartsc funkcji >>> "<<fxd<<endl;
cout<<"wartsc wielomiau >>> "<<wxd<<endl;
cout<<"blad >>> "<<rd<<endl<<endl<<endl<<endl;

//czyszczenie tablic węzłów interpolacyjnych

for(i=0;i<=n;i++)
{
    tab[i]=0;
    taba[i]=0;
    tabb[i]=0;
    tabc[i]=0;
    tabd[i]=0;
}

```

```
//losowy rozkład węzłów interpolacyjnych
```

```
x12=x2-x1;
if (int(x12)<n)
{
  cout<<"Nie jest mozliwy losowy dobor wezlow gdyz przedzial
  <x1;x2>,"<<endl;
  cout<<"zawiera mniej roznych liczb calkowitych niz wezlow
  interpolacyjnych,"<<endl;
  cout<<"przez co losowanie jest niemozliwe !!! "<<endl<<endl;
}
else
{
  srand(time(NULL));
  for(i=0;i<=n;i++)
  {
    tab[i]=float(x1+(rand()%(int(x12)-1)));
    spr=0;

    for(j=0;j<i;j++)
    {
      if (tab[i]==tab[j]) spr++;
    }
    if (spr!=0) {i--; srand(time(NULL));}
    taba[i]=funkcjaa(tab,k,tab[i]);
    tabb[i]=funkcjab(b,tab[i]);
    tabc[i]=funkcjac(tab[i]);
    tabd[i]=funkcjad(tab[i]);
  }

  wxa=interpolacjaa(tab,taba,n,z);
  wxb=interpolacjab(tab,tabb,n,z);
  wxc=interpolacjac(tab,tabc,n,z);
  wxd=interpolacjad(tab,tabd,n,z);

  ra=fxa-wxa; if (ra<0) ra=-ra;
  rb=fxb-wxb; if (rb<0) rb=-rb;
  rc=fxc-wxc; if (rc<0) rc=-rc;
  rd=fxd-wxd; if (rd<0) rd=-rd;
```



```

//wypisanie wspolrzednych wezlow interpolacji

    cout<<endl<<"wspolrzedne dobranych wezlow (dodbor
losowy):"<<endl<<endl;

    cout<<endl<<"a) "<<endl;
    for(i=0;i<=n;i++)
    {
        cout<<"( "<<tab[i]<<" ; "<<taba[i]<<" ) "<<endl;
    }
    cout<<endl<<endl;

    cout<<endl<<"b) "<<endl;
    for(i=0;i<=n;i++)
    {
        cout<<"( "<<tab[i]<<" ; "<<tabb[i]<<" ) "<<endl;
    }
    cout<<endl<<endl;

    cout<<endl<<"c) "<<endl;
    for(i=0;i<=n;i++)
    {
        cout<<"( "<<tab[i]<<" ; "<<tabc[i]<<" ) "<<endl;
    }
    cout<<endl<<endl;

    cout<<endl<<"d) "<<endl;
    for(i=0;i<=n;i++)
    {
        cout<<"( "<<tab[i]<<" ; "<<tabd[i]<<" ) "<<endl;
    }
    cout<<endl<<endl;

//wyniki

    cout<<"Wyniki dla losowego rozkladu wezlow interpolacji
:"<<endl<<endl;

    cout<<"a) "<<endl;
    cout<<"wartsc funkcji >>> "<<fxa<<endl;
    cout<<"wartsc wielomiau >>> "<<wxa<<endl;
    cout<<"blad >>> "<<ra<<endl<<endl;

    cout<<"b) "<<endl;
    cout<<"wartsc funkcji >>> "<<fxb<<endl;
    cout<<"wartsc wielomiau >>> "<<wxb<<endl;
    cout<<"blad >>> "<<rb<<endl<<endl;

    cout<<"c) "<<endl;
    cout<<"wartsc funkcji >>> "<<fxc<<endl;
    cout<<"wartsc wielomiau >>> "<<wxc<<endl;
    cout<<"blad >>> "<<rc<<endl<<endl;

    cout<<"d) "<<endl;
    cout<<"wartsc funkcji >>> "<<fxd<<endl;
    cout<<"wartsc wielomiau >>> "<<wxd<<endl;
    cout<<"blad >>> "<<rd<<endl<<endl<<endl<<endl;
    }
    getch();
}

```

Analiza błędów dla danych:

- I a) $W_5(x) = 5x^5 + 4x^4 + 3x^3 + 6x^2 + 7x + 1$
 b) $f_b(x) = x/8$
 c) $f_c(x) = 20/(x^2 + 1)$
 d) $f_d(x) = \sin(x)$

a = -7.4
 b = 8.2
 $x_0 = 2$

Dobór węzłów			Stopień wielomianu interpolacyjnego (n)			
			5	10	15	20
Równomierny dobór węzłów interpolacji	a)	$W_k(x_0)$	287	287	287	287
		$W_n(x_0)$	287	287	287	287
		Δ	6.103 x 10⁻⁵	0	3.05 x 10⁻⁵	0
	b)	$f_b(x_0)$	0.25	0.25	0.25	0.25
		$W_n(x_0)$	0.248945	0.251534	0.248989	0.249705
		Δ	0.00105	0.00153399	0.0010107	2.954 x 10⁻⁴
	c)	$f_c(x_0)$	4	4	4	4
		$W_n(x_0)$	4.04713	3.7635	4.09447	4.0454
		Δ	0.04712	0.236497	0.0946	0.0454
	d)	$f_d(x_0)$	0.909297	0.909297	0.909297	0.909297
		$W_n(x_0)$	0.937221	0.907828	0.909927	0.909297
		Δ	0.0279233	0.000530541	4.768 x 10⁻⁷	0
Metoda Czebyszewa	a)	$W_k(x_0)$	287	287	287	287
		$W_n(x_0)$	287	287	287	287
		Δ	2.4414 x 10⁻⁴	9.1552 x 10⁻⁵	9.155 x 10⁻⁵	1.52 x 10⁻⁴
	b)	$f_b(x_0)$	0.25	0.25	0.25	0.25
		$W_n(x_0)$	0.263305	0.226419	0.254863	0.255918
		Δ	0.0133046	0.02358	0.004862	0.005917
	c)	$f_c(x_0)$	4	4	4	4
		$W_n(x_0)$	3.40718	7.38646	3.2534	3.0736
		Δ	0.592817	3.38646	0.7465	0.926399
	d)	$f_d(x_0)$	0.909297	0.909297	0.909297	0.909297
		$W_n(x_0)$	0.530478	0.875512	0.909355	0.909297
		Δ	0.378819	0.033875	5.769 x 10⁻⁵	1.192 x 10⁻⁷
Losowy dobór węzłów interpolacji	a)	$W_k(x_0)$	287	287	-	-
		$W_n(x_0)$	287	287	-	-
		Δ	0	1.83 x 10⁻⁴	-	-
	b)	$f_b(x_0)$	0.25	0.25	-	-
		$W_n(x_0)$	0.245729	0.2927	-	-
		Δ	0.00427094	0.0427	-	-
	c)	$f_c(x_0)$	4	4	-	-
		$W_n(x_0)$	4.41088	-2.1011	-	-
		Δ	0.410876	6.1011	-	-
	d)	$f_d(x_0)$	0.909297	0.909297	-	-
		$W_n(x_0)$	0.920048	0.905495	-	-
		Δ	0.0107504	0.003802	-	-

Analiza błędu dla danych:

II a) $W_3(x) = 2x^3 - 5x^2 + 9x - 4$

b) $f_b(x) = x/30$

c) $f_c(x) = 20/(x^2 + 1)$

d) $f_d(x) = \sin(x)$

$a = -9.7$

$b = 9.9$

$x_0 = -9.3$

Dobór węzłów			Stopień wielomianu interpolacyjnego (n)			
			5	10	15	20
Równomierny dobór węzłów interpolacji	a)	$W_k(x_0)$	-2128.86	-2128.86	-2128.86	-2128.86
		$W_n(x_0)$	-2128.86	-2128.86	-2128.86	-2128.85
		Δ	2.441 x 10⁻⁴	4.882 x 10⁻⁴	2.68 x 10⁻³	0.01269
	b)	$f_b(x_0)$	0.31	0.31	0.31	0.31
		$W_n(x_0)$	0.317799	0.13027	-0.17497	21.0124
		Δ	7.799 x 10⁻³	0.17973	0.484971	20.7024
	c)	$f_c(x_0)$	0.228598	0.228598	0.228598	0.228598
		$W_n(x_0)$	-0.467178	77.6877	282.253	-8073.43
		Δ	0.695776	77.4601	282.025	8073.66
	d)	$f_d(x_0)$	-0.124454	-0.124454	-0.124454	-0.124454
		$W_n(x_0)$	1.10122	2.08945	-0.193146	-0.12557
		Δ	1.22567	2.21391	0.0686914	1.115 x 10⁻³
Metoda Czebyszewa	a)	$W_k(x_0)$	-2128.86	-2128.86	-2128.86	-2128.86
		$W_n(x_0)$	-2128.86	-2128.86	-2128.86	-2128.86
		Δ	0	0	0	2.441 x 10⁻⁴
	b)	$f_b(x_0)$	0.31	0.31	0.31	0.31
		$W_n(x_0)$	0.310651	0.306011	0.309947	0.309006
		Δ	6.511 x 10⁻⁴	3.988 x 10⁻³	5.34 x 10⁻⁵	9.938 x 10⁻⁴
	c)	$f_c(x_0)$	0.228598	0.228598	0.228598	0.228598
		$W_n(x_0)$	0.19123	1.73734	0.254343	0.695103
		Δ	0.037368	1.50875	0.025475	0.466506
	d)	$f_d(x_0)$	-0.124454	-0.124454	-0.124454	-0.124454
		$W_n(x_0)$	-0.0679459	0.0362142	-0.1246	-0.124451
		Δ	0.056508	0.160668	1.46 x 10⁻⁴	3.658 x 10⁻⁶
Losowy dobór węzłów interpolacji	a)	$W_k(x_0)$	-2128.86	-2128.86	-2128.86	-
		$W_n(x_0)$	-2128.86	-2128.86	-2128.86	-
		Δ	4.88 x 10⁻⁴	2.441 x 10⁻⁴	4.88 x 10⁻⁴	-
	b)	$f_b(x_0)$	0.31	0.31	0.31	-
		$W_n(x_0)$	0.32007	0.269865	-0.025797	-
		Δ	0.0100703	0.0401345	121.744	-
	c)	$f_c(x_0)$	0.228598	0.228598	0.228598	-
		$W_n(x_0)$	-7.0344	16.0742	121.973	-
		Δ	7.263	15.8456	121.744	-
	d)	$f_d(x_0)$	-0.124454	-0.124454	-0.124454	-
		$W_n(x_0)$	-1.279191	-0.00787354	-0.137434	-
		Δ	1.16745	0.11681	0.0129801	-

