

Politechnika Śląska
Wydział Automatyki Elektroniki i Informatyki
Kierunek: Automatyka i Robotyka sem.3

Gliwice
Rok akademicki 2007/2008
Semestr zimowy

Metody Numeryczne

Laboratorium

Ćw.2 : Całkowanie numeryczne

Wykonali:

Adam DZIENDZIEL
Adrian BIELEC

Grupa 4 Sekcja 1

Data odbycia ćwiczenia:
09.11.07

```

#include<iostream>
#include<math.h>
#include<conio.h>
#include<stdlib.h>
using namespace std;

float funkcja(float x)
{
    float y=0;

    //y=-x/4+7;
    //y=(x*x)/2-3x+8;
    //y=5/x;
    //y=exp(x);
    //y=sin(x);
    y=x*x*sin(x)+6;

    return y;
}

float czytaj()
{
    float x;
    while(!(cin>>x))
    {
        cin.clear();
        cin.ignore(1000, '\n');
    }
    return x;
}

int main()
{
    int n,i,k,s,krok;
    float *tabxi;
    float calka,calka1,rc,a,b,h,eps,wartoscanal;

    cout<<"podaj dolna granice calkowania >>> ";
    a=czytaj();
    cout<<"podaj gorna granice calkowania >>> ";
    b=czytaj();
    cout<<endl<<endl;

    //wartoscanal=29.375;
    //wartoscanal=24.6666666666;
    //wartoscanal=14.16606672;
    //wartoscanal=4.451491687;
    //wartoscanal=1.451432568;
    wartoscanal=46.6800767949;

    eps=1.0;

```

```

for(k=1;k<=5;k++)
{
    eps=eps/10;
//wzór prostokątów
    cout<<"Zadana dokladnosc obliczen : "<<eps<<endl;

    n=2;
    tabxi=(float*)malloc(n*sizeof(float));
    calka=0;
    krok=0;
    do
    {
        krok++;
        calka=0;
        h=(b-a)/n;
        for(i=0;i<=n;i++)
        {
            tabxi[i]=a+i*h;
        }
        for(i=1;i<=n;i++)
        {
            calka=calka+h*funkcja(tabxi[i]);
        }
        rc=fabs(calca-calka);
        calka=calca;
        n=n*2;
        tabxi=(float*)realloc(tabxi,(n+1)*sizeof(float));
        if(krok==21) {rc=eps/10.0; krok=0;}
    }while(rc>eps);

    cout<<"Wynik >>> "<<calca<<endl;
    cout<<"ilosc krokow >>> "<<krok<<endl;
    cout<<"blad >>> "<<fabs(calca-wartoscнал);
//wzór trapezów
    n=2;
    tabxi=(float*)malloc(n*sizeof(float));
    calka=0;
    krok=0;
    do
    {
        krok++;
        calka=0;
        h=(b-a)/n;
        for(i=0;i<=n;i++)
        {
            tabxi[i]=a+i*h;
        }
        for(i=1;i<=n;i++)
        {
            calca=calca+(h/2.0)*(funkcja(tabxi[i])+funkcja(tabxi[i-1]));
        }
        rc=fabs(calca-calka);
        calka=calca;
        n=n*2;
        tabxi=(float*)realloc(tabxi,(n+1)*sizeof(float));
        if(krok==21) {rc=eps/10.0; krok=0;}
    }while(rc>eps);

    cout<<"Wynik >>> "<<calca<<endl;
    cout<<"ilosc krokow >>> "<<krok<<endl;
    cout<<"blad >>> "<<fabs(calca-wartoscнал);

```

```

//wzór simpsona

cout<<endl<<endl<<"Wzor simpsona:"<<endl<<endl;

n=2;
tabxi=(float*)malloc(n*sizeof(float));
calkal=0;
krok=0;
do
{
    krok++;
    calka=0;
    h=(b-a)/n;
    for(i=0;i<=n;i++)
    {
        tabxi[i]=a+i*h;
    }
    for(i=2;i<=n;i=i+2)
    {
        calka=calka+(h/3.0)*(funkcja(tabxi[i-2])+4*funkcja(tabxi[i-
1])+funkcja(tabxi[i]));
    }
    rc=fabs(calka-calkal);
    calkal=calka;
    n=n*2;
    tabxi=(float*)realloc(tabxi,(n+1)*sizeof(float));
    if(krok==21) {rc=eps/10.0; krok=0;}
}while(rc>eps);

cout<<"Wynik >>> "<<calka<<endl;
cout<<"ilosc krokw >>> "<<krok<<endl;
cout<<"blad >>> "<<fabs(calka-wartoscanal);

}

getch();

}

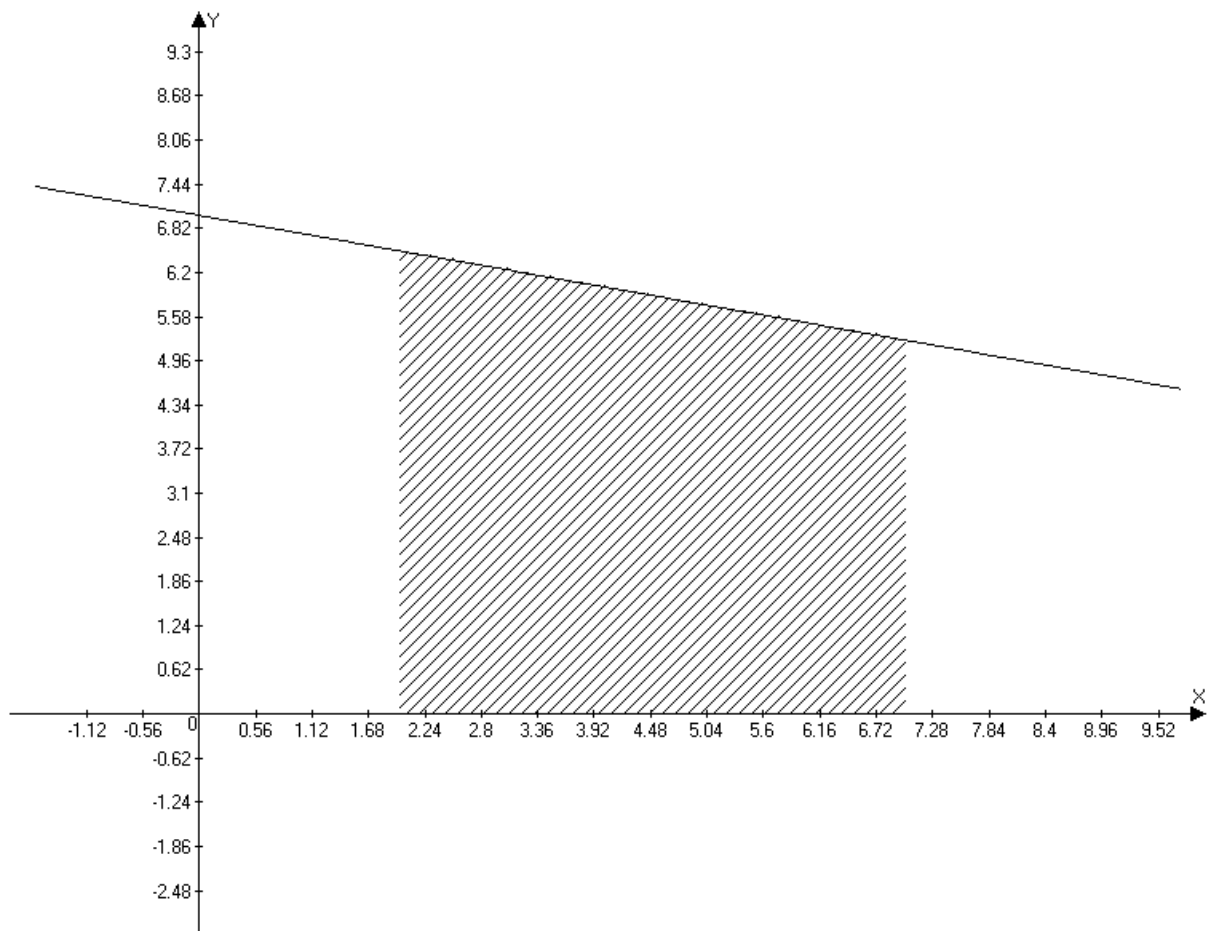
```

Analiza wyników obliczeń powyższego programu:

Funkcja I

$$\int_2^7 -\frac{1}{3}x + 7 dx = \int_2^7 -\frac{1}{8}x^2 + 7x = 29.375$$

Interpretacja geometryczna:

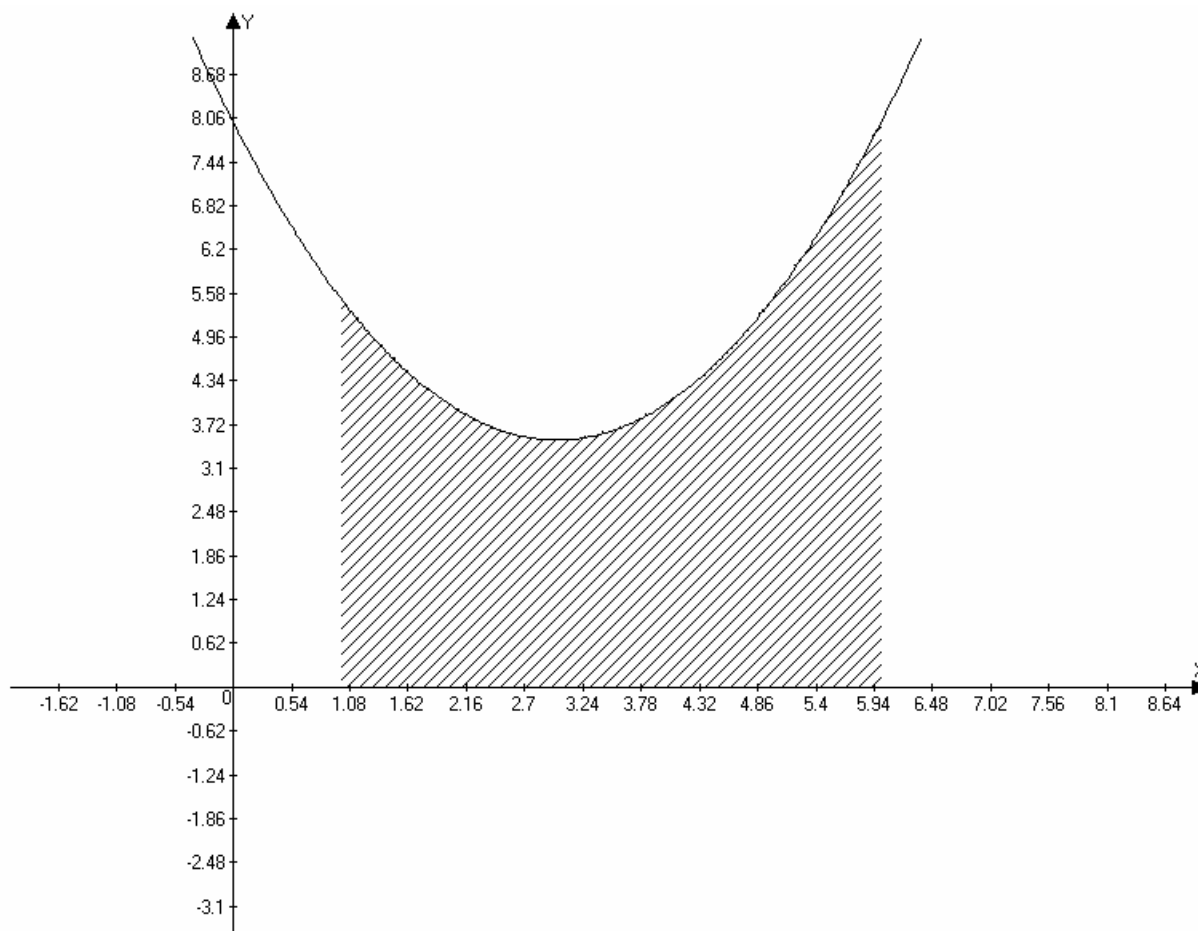


| Zadana dokładność obliczeń | Metoda prostokątów | | | Metoda trapezów | | | Metoda Simpsona | | |
|----------------------------|--------------------|----------------|---------------|-----------------|----------------|---------------|-----------------|----------------|---------------|
| | Ilość kroków | Wynik obliczeń | Błąd obliczeń | Ilość kroków | Wynik obliczeń | Błąd obliczeń | Ilość kroków | Wynik obliczeń | Błąd obliczeń |
| 0.1 | 5 | 29.2773 | 0.0976563 | 2 | 29.375 | 0 | 2 | 29.375 | 0 |
| 0.01 | 9 | 29.369 | 0.00598907 | 2 | 29.375 | 0 | 2 | 29.375 | 0 |
| 0.001 | 12 | 29.3743 | 0.000736237 | 2 | 29.375 | 0 | 2 | 29.375 | 0 |
| 0.0001 | 15 | 29.3749 | 0.000110626 | 2 | 29.375 | 0 | 2 | 29.375 | 0 |
| 0.00001 | > 20 | 29.4681 | 0.0930996 | 2 | 29.375 | 0 | 2 | 29.375 | 0 |

Funkcja II

$$\int_3^7 \frac{1}{2}x^2 - 3x + 8 dx = \int_3^7 \frac{1}{6}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 8x = 24. (6)$$

Interpretacja geometryczna:

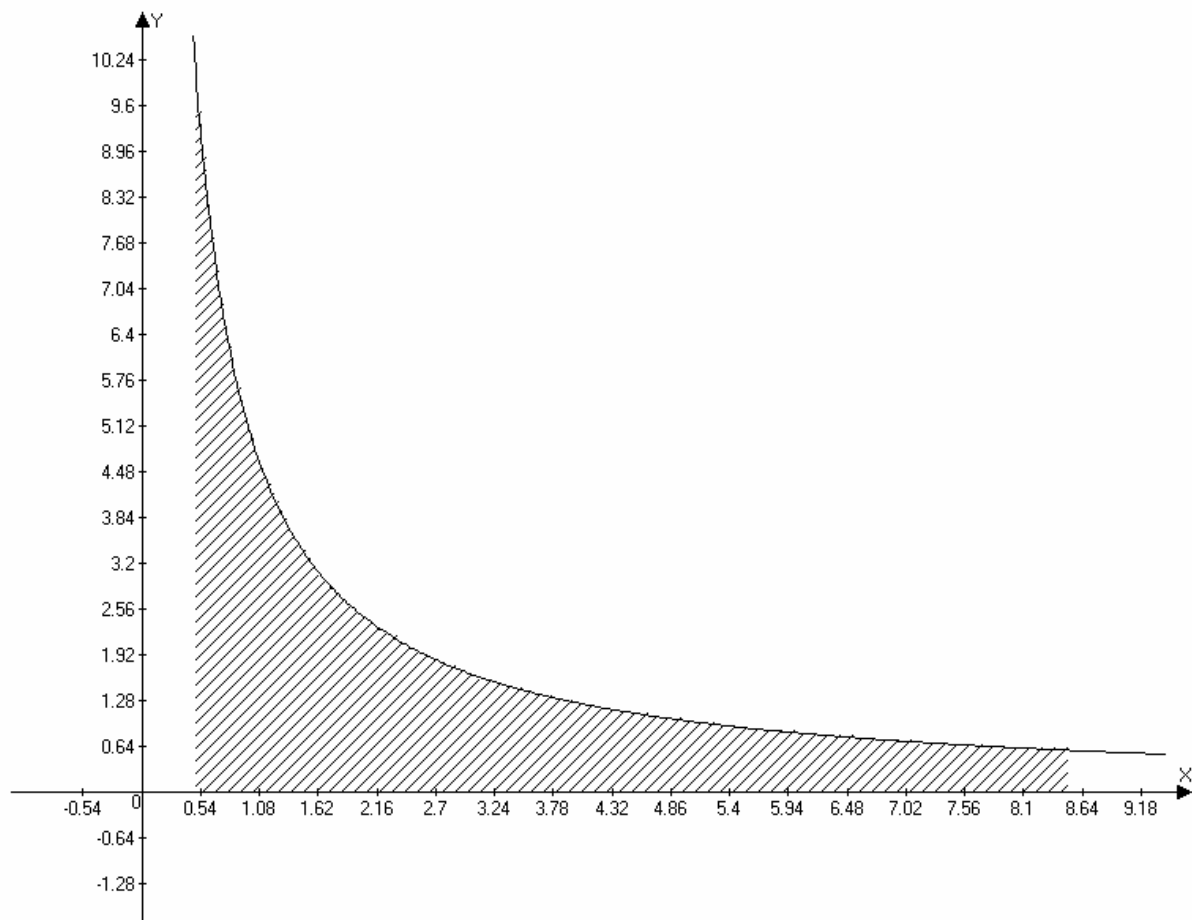


| Zadana dokładność obliczeń | Metoda prostokątów | | | Metoda trapezów | | | Metoda Simpsona | | |
|----------------------------|--------------------|----------------|---------------|-----------------|----------------|----------------------------|-----------------|----------------|---------------|
| | Ilość kroków | Wynik obliczeń | Błąd obliczeń | Ilość kroków | Wynik obliczeń | Błąd obliczeń | Ilość kroków | Wynik obliczeń | Błąd obliczeń |
| 0.1 | 8 | 24.7292 | 0.062582 | 4 | 24.6875 | 0.020834 | 2 | 24.6667 | 0 |
| 0.01 | 11 | 24.6745 | 0.0078411 | 6 | 24.668 | 0.001302 | 2 | 24.6667 | 0 |
| 0.001 | 15 | 24.6672 | 0.0004920 | 7 | 24.667 | 0.000326 | 2 | 24.6667 | 0 |
| 0.0001 | > 20 | 24.6519 | 0.0147381 | 9 | 24.6667 | 3.2x10⁻⁵ | 2 | 24.6667 | 0 |
| 0.00001 | > 20 | 24.6519 | 0.0147381 | 9 | 24.6667 | 1.2x10⁻⁵ | 2 | 24.6667 | 0 |

Funkcja III

$$\int_{0.5}^{8.5} \frac{5}{x} dx = \int_{0.5}^{8.5} 5 \ln|x| = 14.16606672$$

Interpretacja geometryczna:

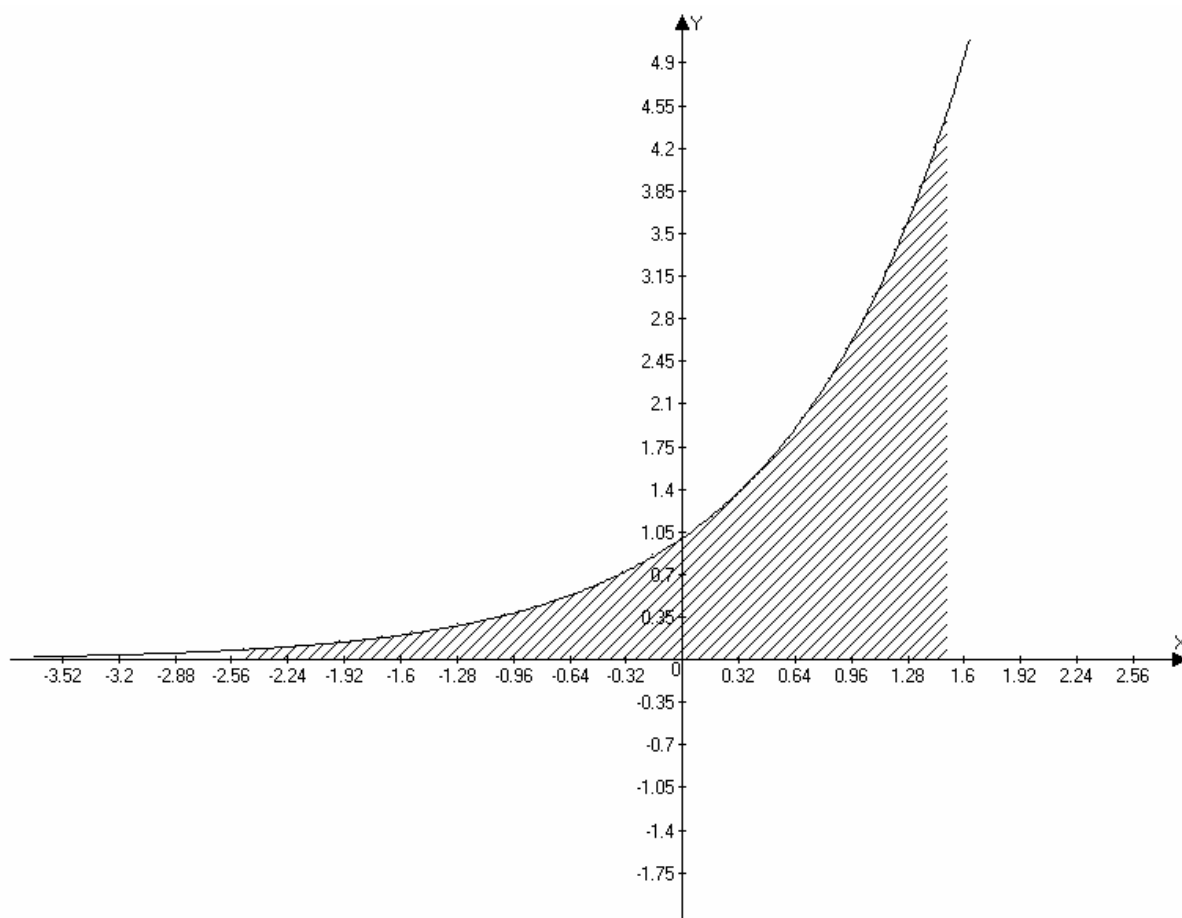


| Zadana dokładność obliczeń | Metoda prostokątów | | | Metoda trapezów | | | Metoda Simpsona | | |
|----------------------------|--------------------|----------------|---------------|-----------------|----------------|----------------------------|-----------------|----------------|-----------------------------|
| | Ilość kroków | Wynik obliczeń | Błąd obliczeń | Ilość kroków | Wynik obliczeń | Błąd obliczeń | Ilość kroków | Wynik obliczeń | Błąd obliczeń |
| 0.1 | 9 | 14.0929 | 0.07312 | 6 | 14.1919 | 0.025794 | 5 | 14.1731 | 0.0070571 |
| 0.01 | 12 | 14.1569 | 0.00918 | 8 | 14.1677 | 0.001615 | 6 | 14.1666 | 0.0005722 |
| 0.001 | 16 | 14.1655 | 0.00057 | 10 | 14.1662 | 0.000115 | 7 | 14.1661 | 3.91x10⁻⁵ |
| 0.0001 | > 20 | 14.1812 | 0.01509 | 11 | 14.1661 | 4.3x10⁻⁵ | 8 | 14.1661 | 6.67x10⁻⁵ |
| 0.00001 | > 20 | 14.1812 | 0.01509 | 13 | 14.1661 | 1.4x10⁻⁵ | 9 | 14.1661 | 1.04x10⁻⁵ |

Funkcja IV

$$\int_{-3.5}^{1.5} e^x dx = \int_{-3.5}^{1.5} e^x = 4.45149168$$

Interpretacja geometryczna:

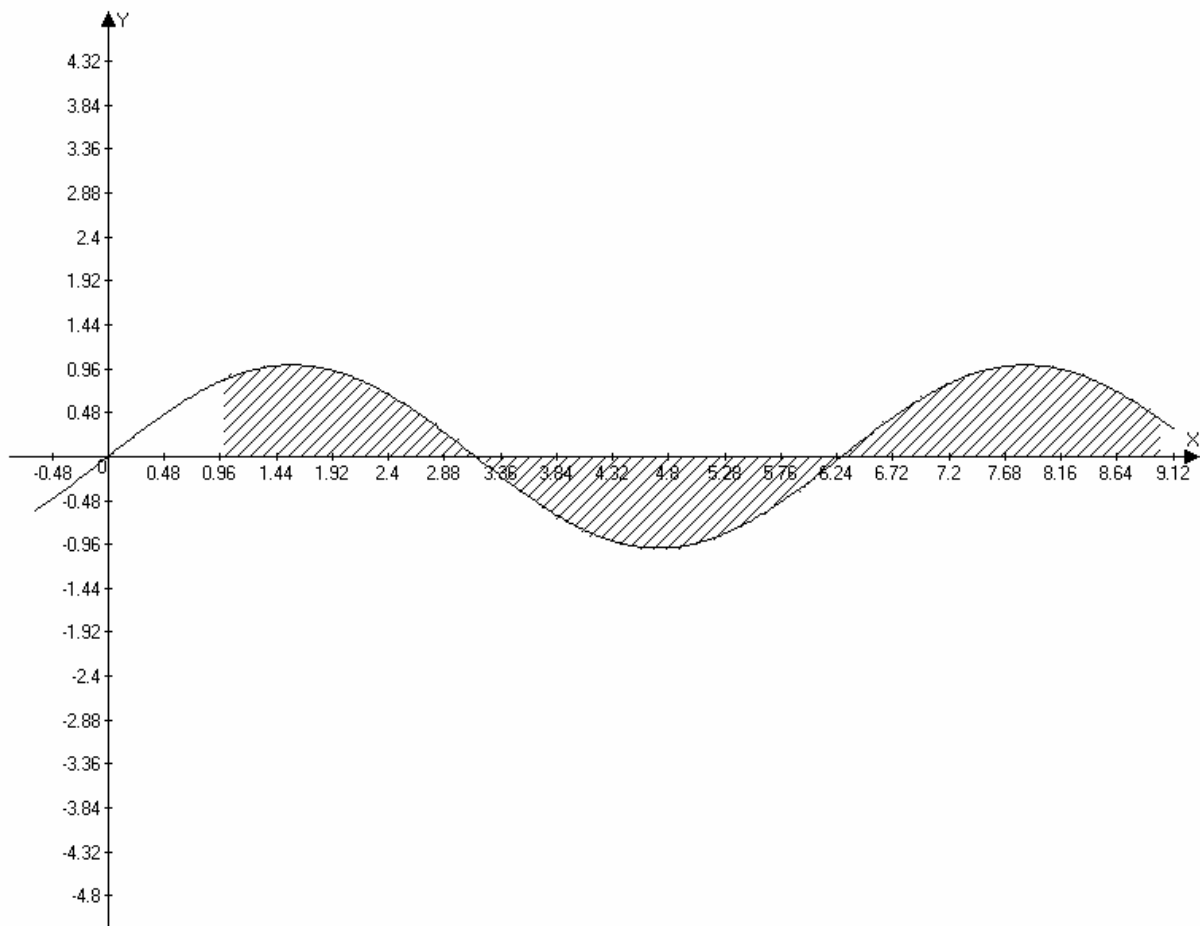


| Zadana dokładność obliczeń | Metoda prostokątów | | | Metoda trapezów | | | Metoda Simpsona | | |
|----------------------------|--------------------|----------------|---------------|-----------------|----------------|----------------------------|-----------------|----------------|-----------------------------|
| | Ilość kroków | Wynik obliczeń | Błąd obliczeń | Ilość kroków | Wynik obliczeń | Błąd obliczeń | Ilość kroków | Wynik obliczeń | Błąd obliczeń |
| 0.1 | 7 | 4.539 | 0.0875 | 5 | 4.46054 | 0.009052 | 3 | 4.4551 | 0.0036048 |
| 0.01 | 11 | 4.45693 | 0.0054 | 6 | 4.45376 | 0.002263 | 4 | 4.45173 | 0.0002331 |
| 0.001 | 14 | 4.45217 | 0.00067 | 8 | 4.45163 | 0.000141 | 5 | 4.45151 | 1.43x10⁻⁵ |
| 0.0001 | 17 | 4.45157 | 0.00064 | 10 | 4.4515 | 9.5x10⁻⁶ | 6 | 4.45149 | 9.53x10⁻⁷ |
| 0.00001 | > 20 | 4.45087 | 0.00061 | 11 | 4.4515 | 4.2x10⁻⁶ | 7 | 4.45149 | 4.76x10⁻⁷ |

Funkcja V

$$\int_1^9 \sin(x) dx = \int_1^9 -\cos(x) = 1.451432568$$

Interpretacja geometryczna:



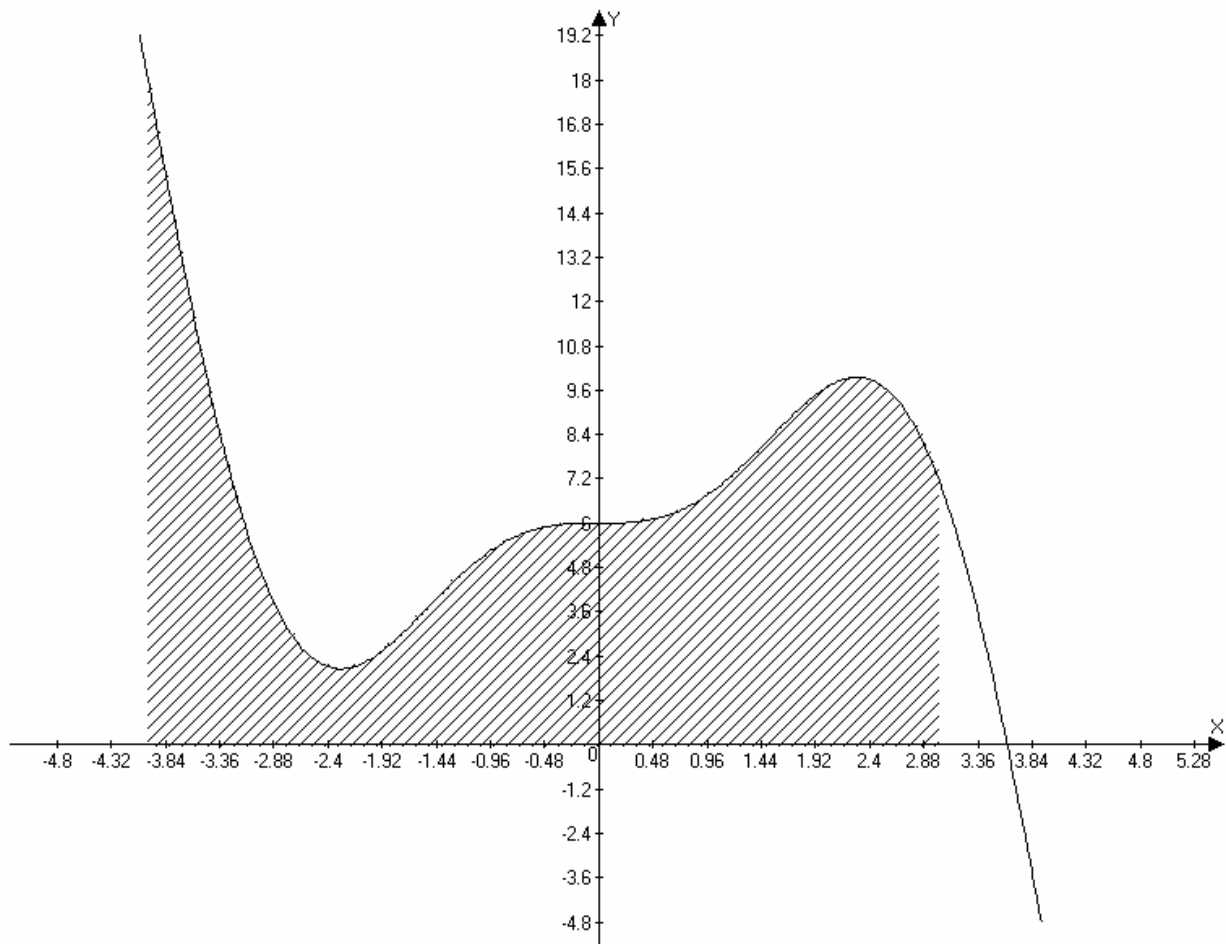
| Zadana dokładność obliczeń | Metoda prostokątów | | | Metoda trapezów | | | Metoda Simpsona | | |
|----------------------------|--------------------|----------------|---------------|-----------------|----------------|--------------------------|-----------------|----------------|------------------------------|
| | Ilość kroków | Wynik obliczeń | Błąd obliczeń | Ilość kroków | Wynik obliczeń | Błąd obliczeń | Ilość kroków | Wynik obliczeń | Błąd obliczeń |
| 0.1 | 5 | 1.3902 | 0.0612 | 4 | 1.4210 | 0.03036 | 4 | 1.45195 | 0.00051939 |
| 0.01 | 8 | 1.4446 | 0.0068 | 6 | 1.4495 | 0.00189 | 4 | 1.45195 | 0.00051939 |
| 0.001 | 11 | 1.4505 | 0.0008 | 8 | 1.4513 | 0.00011 | 5 | 1.45146 | 3.170x10⁻⁵ |
| 0.0001 | 15 | 1.4513 | 0.0004 | 9 | 1.4514 | 3x10⁻⁵ | 6 | 1.45143 | 1.788x10⁻⁵ |
| 0.00001 | > 20 | 1.45153 | 0.0001 | 11 | 1.45143 | 2x10⁻⁶ | 7 | 1.45143 | 0 |

Funkcja VI

$$\int_{-4}^3 x^2 \sin(x) + 6 dx = \int_{-4}^3 x^2 \sin(x) dx + \int_{-4}^3 6 dx = \left| \begin{array}{l} v = x^2 \dots u' = \sin(x) \\ v' = 2x \dots u = -\cos(x) \end{array} \right| =$$

$$\int_{-4}^3 -x^2 \cos(x) + 2(x \sin(x) + \cos(x)) + \int_{-4}^3 6x = 46.6800767949$$

Interpretacja geometryczna:



| Zadana dokładność obliczeń | Metoda prostokątów | | | Metoda trapezów | | | Metoda Simpsona | | |
|----------------------------|--------------------|----------------|---------------|-----------------|----------------|--------------------------|-----------------|----------------|------------------------------|
| | Ilość kroków | Wynik obliczeń | Błąd obliczeń | Ilość kroków | Wynik obliczeń | Błąd obliczeń | Ilość kroków | Wynik obliczeń | Błąd obliczeń |
| 0.1 | 9 | 46.6061 | 0.0739 | 6 | 46.6885 | 0.00844 | 4 | 46.6749 | 0.00514221 |
| 0.01 | 12 | 46.6709 | 0.0092 | 7 | 46.6822 | 0.00211 | 5 | 46.6798 | 0.00031662 |
| 0.001 | 16 | 46.6782 | 0.0018 | 9 | 46.6802 | 0.00013 | 6 | 46.6801 | 2.288x10⁻⁵ |
| 0.0001 | > 20 | 46.7456 | 0.06549 | 10 | 46.6801 | 3x10⁻⁵ | 7 | 46.6801 | 7.629x10⁻⁶ |
| 0.00001 | > 20 | 46.7456 | 0.06549 | 12 | 46.6801 | 2x10⁻⁵ | 8 | 46.6801 | 0 |